

# Indice

<b>1</b>	<b>Operatori matriciali su vettori</b>	<b>1</b>
1.1	Operatori matriciali e componenti cartesiane	2
1.2	Operatore identità	3
1.3	Prodotto di uno scalare per un operatore matriciale	3
1.4	Somma di due operatori	4
1.5	Prodotto di due operatori	4
1.6	Operatore trasposto	5
1.7	Traccia di un operatore	5
1.8	Determinante di un operatore	6
1.8.1	Espressione del determinante nel caso di $n = 3$	7
1.9	Operatore inverso	7
1.10	Operatore complementare	8
1.11	Alcune identità notevoli degli operatori matriciali	9
1.11.1	Alcune identità notevoli nel caso $n = 3$	12
1.12	Prodotto scalare fra operatori	12
1.13	Operatori simmetrici e antisimmetrici	13
1.13.1	Vettore duale associato ad un operatore antisimmetrico	15
1.13.2	Parti simmetrica e antisimmetrica di un operatore	17
1.14	Parte deviatorica ed isotropa di un operatore	18
1.15	Operatore di rotazione	18
1.16	Trasformazioni di similitudine ortogonali	20
1.16.1	Invarianti principali di un operatore	21
1.17	Autovalori ed autovettori di un operatore	22
1.17.1	Autovalori ed invarianti delle potenze di un operatore	23
1.17.2	Autovalori ed autovettori per operatori simmetrici	24
1.17.3	Diagonalizzazione di un operatore	25
1.17.4	Teorema di Hamilton-Cayley	26
1.17.5	Relazioni tra invarianti e derivate degli invarianti principali nel caso $n = 3$	27
1.18	Prodotto tensoriale	28
1.18.1	Rappresentazione semi-cartesiana di un operatore	29
1.18.2	Autovalori ed autovettori di un prodotto tensoriale nel caso $n = 3$	29
1.19	Operatori definiti di segno	29

1.19.1	Criterio di Sylvester . . . . .	31
1.19.2	Operatore radice quadrata di un operatore definito positivo . . . . .	33
1.20	Teorema Polare . . . . .	33
<b>2</b>	<b>Deformazione di un continuo</b> . . . . .	<b>35</b>
2.1	Configurazione di un continuo . . . . .	35
2.2	Operatore gradiente di deformazione . . . . .	35
2.3	Operatori di deformazione . . . . .	37
2.4	Operatore della deformazione inversa . . . . .	38
2.5	Coefficiente di dilatazione lineare . . . . .	39
2.6	Scorrimenti . . . . .	40
2.7	Coefficiente di dilatazione superficiale . . . . .	41
2.8	Coefficiente di dilatazione di volume . . . . .	42
2.9	Corpi incompressibili . . . . .	43
2.10	Deformazione omogenea . . . . .	43
2.11	Piccole deformazioni . . . . .	43
<b>3</b>	<b>Cinematica di un corpo continuo</b> . . . . .	<b>45</b>
3.1	Velocità ed accelerazione . . . . .	45
3.2	Operatore gradiente di velocità . . . . .	46
<b>4</b>	<b>Forze su un continuo e tensore degli sforzi</b> . . . . .	<b>49</b>
4.1	Forze in un continuo . . . . .	49
4.2	Tensore degli sforzi e teorema di Cauchy . . . . .	51
<b>5</b>	<b>Leggi di Bilancio</b> . . . . .	<b>53</b>
5.1	Legge di conservazione della massa . . . . .	53
5.1.1	Formulazione lagrangiana . . . . .	53
5.1.2	Formulazione euleriana . . . . .	54
5.2	Equazioni cardinali . . . . .	55
5.2.1	Condizioni al contorno . . . . .	56
5.3	Principio dei lavori virtuali . . . . .	57
5.4	Leggi generali di bilancio . . . . .	59
5.4.1	Teorema del trasporto . . . . .	60
5.4.2	Legge di bilancio dell'energia . . . . .	61
5.4.3	Leggi di bilancio della termomeccanica in forma euleriana . . . . .	61
5.4.4	Invarianza galileiana . . . . .	62
5.4.5	Formulazione lagrangiana delle leggi di bilancio . . . . .	64
5.4.6	Legge di bilancio della quantità di moto in forma lagrangiana e primo tensore di Piola-Kirchhoff . . . . .	65
5.4.7	Condizioni al contorno in variabili lagrangiane . . . . .	66
5.4.8	Leggi di bilancio dell'energia in variabili lagrangiane . . . . .	66
5.5	Interpretazione fisica del tensore di Piola-Kirchhoff . . . . .	67
5.5.1	Secondo tensore di Piola Kirchhoff . . . . .	68
5.5.2	Potenza delle forze interne in termini dei tensori di Piola-Kirchhoff . . . . .	68

<b>6</b>	<b>Equazioni costitutive</b>	<b>71</b>
6.1	Principi generali per le leggi costitutive . . . . .	71
6.1.1	Il principio di indifferenza materiale . . . . .	71
6.1.2	Il principio di entropia . . . . .	72
<b>7</b>	<b>Elasticità e Termoelasticità</b>	<b>75</b>
7.1	Corpi elastici . . . . .	75
7.1.1	Conseguenze del principio di indifferenza materiale nel caso elastico . . . . .	76
7.2	Corpi termoelastici . . . . .	77
7.2.1	Principio di indifferenza materiale in termoelasticità . . . . .	77
7.2.2	Equazioni di campo della termoelasticità . . . . .	78
7.2.3	Conseguenze del principio di entropia in termoelasticità . . . . .	79
7.2.4	Materiali isotropi . . . . .	81
7.3	Principio di dissipazione in elasticità . . . . .	83
7.3.1	Elasticità non lineare unidimensionale . . . . .	85
7.4	Elasticità lineare . . . . .	85
7.4.1	Equazioni dell'elasticità lineare isotropa . . . . .	86
<b>8</b>	<b>Fluidi</b>	<b>89</b>
8.1	Fluidi ideali ed equazioni di Eulero . . . . .	89
8.1.1	Condizioni al contorno nel caso di fluidi ideali . . . . .	90
8.1.2	Lavoro delle forze interne in un fluido ideale . . . . .	91
8.2	Fluidi dissipativi di Fourier-Navier-Stokes . . . . .	91
8.3	Principio di entropia per un fluido . . . . .	94
8.4	Alcuni casi particolari di fluidi . . . . .	96
8.4.1	Gas Perfetti . . . . .	96
8.4.2	Fluidi di Fourier-Navier-Stokes incompressibili . . . . .	98
8.4.3	Fluidi di Eulero compressibili . . . . .	98
8.4.4	Fluidi ideali di Eulero incompressibili e teorema delle tre quote . . . . .	101
8.5	Equazioni dei fluidi nella formulazione Lagrangiana . . . . .	102
<b>9</b>	<b>Conduttore rigido di calore</b>	<b>105</b>
9.1	Equazione del calore . . . . .	105
9.2	Equazione di Maxwell-Cattaneo . . . . .	106
<b>10</b>	<b>Sistemi iperbolici</b>	<b>109</b>
10.1	Classificazione . . . . .	109
10.2	Esempi di sistemi iperbolici . . . . .	111
10.2.1	Equazioni di Eulero . . . . .	111
10.2.2	Equazione di Cattaneo . . . . .	113
10.2.3	Equazioni della termoelasticità . . . . .	114
10.3	Metodo delle Caratteristiche . . . . .	116
10.3.1	Sistemi lineari omogenei . . . . .	120
10.4	Un esempio non lineare: l'equazione di Burgers . . . . .	121

<b>11 Soluzioni deboli ed onde d'urto</b>	<b>125</b>
11.1 Onde d'urto e soluzioni deboli . . . . .	125
11.2 Urti in un fluido di Eulero . . . . .	130
11.2.1 Crescenza dell'entropia ed urti ammissibili . . . . .	132
11.2.2 Urti caratteristici . . . . .	134
11.3 Problema di Riemann . . . . .	135
11.4 Condizioni di Lax e crescita dell'entropia . . . . .	136
11.5 Modello del traffico automobilistico . . . . .	139
11.5.1 Il problema del semaforo . . . . .	140
11.6 Problema di Riemann per un generico sistema . . . . .	144
<b>12 Oltre la termomeccanica classica</b>	<b>147</b>